

1. 緒言

拘束条件が自由である CFRP 積層板の弾性パラメータの同定法は数々の論文に発表されている。しかし、周辺固定された CFRP 積層板の弾性パラメータの同定についての論文は見受けられない。本研究では、周辺固定された CFRP 積層板の弾性パラメータの同定法を提案する。初めに実験的モード解析を用いて、積層板の固有振動数および振動モードを求める。次に得られた固有振動数と振動モードから積層板の弾性パラメータを提案する逆問題解析法により同定する。最後に実測値との比較から、この同定プログラムの有用性を明らかにする。

2. 同定方法

同定には逆問題解析法の 1 種である感度解析法を用いる。弾性パラメータの変化量に対する固有振動変化量を表す感度マトリックス A の各成分を次式により求める。

$$A_{ij} = \frac{\Delta f_j}{\Delta e_i} \dots\dots(1)$$

ここで、 f_j は i 番目の弾性パラメータの変化量を e_i としたときの j 次の固有振動数の変化量である。実験的モード解析により求めた固有振動数を観測値とし、数値計算法による固有振動数をこれに一致させるために必要なパラメータの変更量ベクトル E は、式(2)の成分を持つ感度マトリックス A の逆マトリックス A^+ および固有振動数の観測値との差のベクトル F を用いて

$$\Delta E = \alpha A^+ \Delta F \dots\dots(2)$$

として求められる。ここで α は発散を防ぐための修正係数で 0.1 と仮定し、収束計算を行う。一般に感度マトリックス A は正方マトリックスではないため式(2)の同定問題では不適切となる。そこでこの逆マトリックスを次に示す特異値分解の Moore-Penrose の一般逆マトリックスを用い、NUMPAC によって求める。 A が m 行 n 列であるとき適当な直交マトリックス U, V を選ぶと、 A の逆マトリックス A^+ を式(3)のように分解することができる。

$$A^+ = VB^+U^T \dots\dots(3)$$

ここで、 U および V はそれぞれ m 行 m 列、 n 行 n 列のマトリックスであり、 B^+ は m 行 n 列の対角マトリックス B の一般逆マトリックスである。

$$B^+ = \begin{pmatrix} 1/\lambda_1 & & 0 & \dots & \\ & 1/\lambda_2 & & \dots & \\ & & \dots & \dots & \\ 0 & & & 1/\lambda_n & \dots \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \dots\dots(4)$$

λ : Singular value of A

図 1 は同定プログラムのフローチャートを示している。最初に試験片の形状データ、任意の弾性パラメータおよび実

験的モード解析ソフト(STAR System)によって測定された固有振動数を入力する。任意の弾性パラメータによって固有値解析が行われる。本研究では固有値解析には静的曲げ問題のグリーン関数を用いる方法[1]を適用する。この段階で弾性パラメータの割合によって振動モードの順序が入れ替わることがあるのでプログラム上で修正する。入力された弾性パラメータの初期値を微小変化させながら固有値解析を行い、式(1)における変化量 e_i および f_j を求め、感度マトリックスを作成する。最後に、特異値分解を用いて感度マトリックスの一般逆マトリックスを求め、弾性パラメータの同定を行う。同定された弾性パラメータを用いて、さらに固有値解析を行い、その結果得られた固有振動数が実験の固有振動数に収束されているならば同定プログラムは終了し、そうでなければ収束するまで同定解析を繰り返す。

3. 実験方法

3.1 試験片と周辺固定治具

本研究に用いた CFRP 積層板の構成は 8 層を積層構成 [$30^\circ_2 / -30^\circ_2 / -30^\circ_2 / 30^\circ_2$] で成形した対称積層板および 8 層を積層構成 [$30^\circ_2 / -30^\circ_2 / 30^\circ_2 / -30^\circ_2$] で成形した非対称積層板である。それぞれ正方形板と長方形板があり、板は計 4 枚である。正方形板の寸法は 200 [mm] × 200 [mm]、長方形板の寸法は 160 [mm] × 240 [mm] である。密度はともに 1535 [kg/m³] であり、板厚もともに 1.56 [mm] である。周辺固定

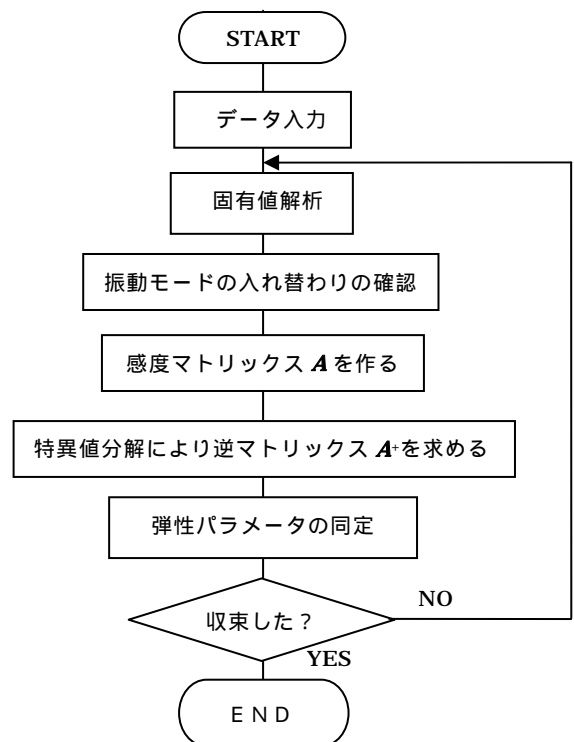


図 1 同定プログラムのフローチャート

の境界条件を満足するために周辺固定治具により、試験片を挟む。

3.2 実験方法 図1に示すように実験装置を設置する。加速度センサは節以外の任意の格子点にワックスを用いて取付ける。なお、固定用治具が振動しないようになるべく平らな床の上に設置する。格子点(番号1~49)をインパクトハンマで各3回ずつ加振を行い、FFTアナライザ(OROS)により位相を測定する。次に、伝達関数および実験的モーダル解析ソフト(STAR system)を用いて、1次から10次の伝達関数のピークにカーブフィット操作を行い、固有振動数および振動モードを求める。

4. 同定結果

実験的モーダル解析により求められた固有振動数より、数値解析プログラムおよび感度解析プログラムを用いて弾性パラメータを同定した。同定した弾性パラメータの妥当性を検討するために参考文献[3]に示された弾性パラメータの実測値との比較を行う。同定した弾性パラメータと実測された弾性パラメータの比較を表1に示す。表中では繊維の方向に対して平行の場合と垂直の場合の縦弾性係数をそれぞれ E_1 および E_2 、せん断弾性係数を G_{12} で表す。ポアソン比は0.33と仮定する。

表1によると同定された弾性パラメータと実測された弾性パラメータの比較から、繊維方向の縦弾性係数 E_1 の結果が良く一致することが分かる。しかし同定後の繊維と直交方向の縦弾性係数 E_2 は、実測された値よりも大きくなっている。これは、参考文献[3]の実測された弾性パラメータは繊維が長手方向に対して直角方向に入っている梁を用いて測定したため、梁の自重により長手方向に垂れ下がり E_2 は実際より低い値が測定されたものと考えられる。また、せん断弾性係数 G_{12} は、ねじりモードの影響を強く受けるため周辺固定の場合ねじりモードが強く励起されないため実測による弾性パラメータよりもかなり小さな値になったと考えられる。また、実験的モーダル解析により求められた1次の固有振動数を除いて同定を行った結果を表2に示す。同定された弾性パラメータ E_1, G_{12} は実測値と比較的良好一致した。



図2 実験装置の配置

5. 結論

本研究では、周辺固定されたCFRP積層板の弾性パラメータの同定法を提案した。対称積層板および非対称積層板に提案した同定法を適用した。初めに実験的モーダル解析を用いて積層板の固有振動数および振動モードを求めた。次に得られた固有振動数と振動モードを用いて固有値解析と感度解析から積層板の弾性パラメータを同定した。その結果、縦弾性係数 E_1 と振動モードについては比較的良好一致した。縦弾性係数 E_2 については実測値の測定方法に問題があると考えられるので、今回はその妥当性を見出すことはできなかった。せん断弾性係数 G_{12} については周辺固定の場合ねじりモードが強く励起されないため同定が困難であることが明らかになった。また、1次の固有振動数を除いて同定を行った場合同定された弾性パラメータ E_1 および G_{12} は実測された弾性パラメータとの誤差が小さくなった。しかし同定された弾性パラメータには全体的にばらつきが見られ、境界条件が自由の場合ほどの同定精度は得られなかった。ゆえに境界条件を固定より自由にして同定すべきであると考えられる。

参考文献

1. 細川, 矢田, 坂田, 周辺固定された対称積層板の自由振動解析。(数値計算結果と実験結果の比較), 機論, 58-555, C(1992), 3184-3188
2. 細川, 山田, 坂田, FRP非対称積層板の自由振動解析, 機論, 66-574, C(1994), 1904-1900
3. Hosokawa, K., K. Matsumoto, and M. Zako, Identification of Elastic Parameters for Laminated Composites Using FEM Eigenvalue Analysis (Comparison of Numerical and Experimental Results), *Fatigue, Environmental Factors, and New Materials* (Proceedings of PVP Conference), PVP-374, C(1998), 325-329.

表1 同定された弾性パラメータ

	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
対称正方形	96.52	9.74	4.90	0.33
対称長方形	106.03	8.78	2.93	0.33
非対称正方形	101.07	9.74	2.13	0.33
非対称長方形	99.24	9.57	2.09	0.33
実測値 ⁽³⁾	97.62	6.26	5.18	0.33

表2 同定された弾性パラメータ(1次を除く)

	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
対称正方形	97.71	9.94	4.09	0.33
対称長方形	104.05	8.97	4.42	0.33
非対称正方形	98.97	7.99	5.44	0.33
非対称長方形	97.67	6.47	6.81	0.33
実測値 ⁽³⁾	97.62	6.26	5.18	0.33